# 数学的な見方・考え方を豊かにする生徒の育成

－「学びのつながり」を意識した発問、「学び直しの機会」の設定、「課題学習」の設定を通して－

前橋市立第五中学校　松田　圭史

## Ⅰ　主題設定の理由

中央教育審議会答申において、「既に身に付いた資質・能力の三つの柱によって支えられた『見方・考え方』が習得・活用・探究という学びの過程の中で働くことを通じて、資質・能力が更に伸ばされたり、新たな資質・能力を育んだりし、それによって『見方・考え方』が更に豊かなものになる、という相互の関係にある。」と示されている。中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学編では、数学的な見方・考え方を豊かにするためには、数学的に考える資質・能力を、数学の様々な領域において広く働かせ、数学的な見方・考え方を働かせる機会を意図的に設定することが重要としている。

また、課題学習については、各領域の内容を統合したり、日常の事象や他教科での学習に関連付けたりするなどして、見いだした問題を生徒が主体的に解決していくことを通して、数学的な見方・考え方を更に確かで豊かなものにしていくことが示されている。

本校の生徒は、学習活動に積極的に取り組んでいるが、振り返り活動では、その単元で学んだことだけになる傾向がある。これは、これまでに単元・領域の学びと関連付けた振り返り活動を意図的に設定できていなかったことが要因として考えられる。

そこで本研究では、「学びのつながり」を意識した発問、「学び直しの機会」の設定、及び「課題学習」の設定を通して、単元・領域どうしの「学びのつながり」を意識して学習活動に取り組むことで、数学的な見方・考え方を豊かにする生徒の育成を図りたいと考え、本主題を設定した。

## Ⅱ　研究のねらい

数学的な見方・考え方を豊かにするために「学びのつながり」を意識した発問、「学び直しの機会」の設定、「課題学習」の設定の有効性を、授業実践を通して明らかにする。

## Ⅲ　研究の見通し

１　「学びのつながり」を意識した発問を行うことで、見方・考え方を広げて課題を数理的に捉え、課題追究をすることができるようになるであろう。

２　「学び直しの機会」を設定し、導入課題などを項や節の学習後に意図的に取り上げることで、領域相互の関連を図って課題を捉え直し考察することができるようになるであろう。

３　「課題学習」を設定し、各単元・領域の学習内容を発展・統合し、日常の事象に関連付けて問題を見いだせるように促すことで、見いだした問題に主体的に取り組み、数学的な見方・考え方を豊かにすることができるであろう。

## Ⅳ　実践内容

本研究では、「数学的な見方・考え方を豊かにする生徒」を次のように捉えた。数学的な見方・考え方を働かせながら課題を単元や領域相互の関連を図って捉えたり、発展的・統合的に捉え直したりすることで、学びのつながりを意識できる生徒と捉える。さらに、新たに見いだした課題について、数学的な見方・考え方の広がりを実感して主体的に取り組み、解決しようとする生徒と捉える。

このことについて、中学校第２学年（生徒数 33 名）の数学科において、授業実践「３章３節一次関数と図形」、「１章式と計算」及び課題学習「４章平行と合同」で実践した。

### １　手立て１【学びのつながりを意識した発問】

課題解決や振り返りの場面で単元どうしを関連付け、**「何が見えますか」と発問**し、図・式・表やグラフで表したり、考えを整理したりすることができるようにする。また「今までの課題と同じ（解決）と見えないか」と追発問し、見方・考え方を広げて課題を数理的に捉え、課題追究ができるように促す。

### (1) 手立て１に関わる実践

点Ｐが直角三角形 ABC の辺上をＢからＣを通ってＡまで動くとき、点Ｐが動いた距離ｘと、ともなって変化する面積ｙの関係を一次関数で表現し考察する学習を設定した。$4<x\leqq 7$ で $y=-2x+14$（一次関数）の式について、発問を通して面積と底辺 AP の長さとの関係を比例と関連付けて考察を促した（図１）。

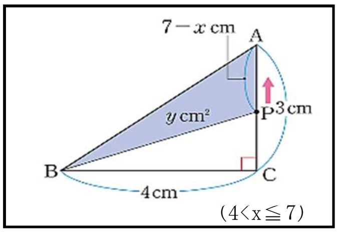



図１　三角形の面積と比

教師：「y=2AP の式は，図形とどう結び付いていると思いますか。」
生徒：「底辺の２倍が、面積の関係になっている。」
教師：「AP をＡと置き y=2A と表すと、
**何が（どんな、つながりが）見えますか。**」
生徒：「比例」、「△ABP の面積と底辺が比例している。」
「面積と関連させると、比例として考えられる。」

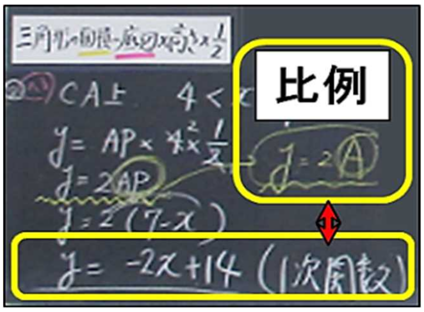



図２　比例と１次関数の関連付け

また、条件を変え長方形の辺上を動く点Ｐと面積関係について考察する活動を扱った。

生徒は、長方形の面積と動点の関係を「**何が（どんな、つながりが）見えますか。**」という教師の発問を意識した状態で、比例と関連付けて考察した。長方形の場合でも面積と底辺の比例関係を自然と見いだし、見方・考え方を広げて考察することができた。

### (2) 手立て１の結果と考察

「学びのつながり」を意識した発問を通して、課題解決や振り返る場面で、数学的な見方・考え方を広げて課題を捉え直すことで、単元の学びのつながりを意識して課題追究することができた。

## ２　手立て２【学び直しの機会の設定】

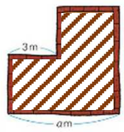
単元の導入で扱った課題などを項や節の学習後に意図的に取り上げ、習得した数学的な思考力・判断力・表現力等を基に、単元の学びを領域相互の関連を図って発展的・統合的に問題を捉え直し、新たな数の性質や図形の関係等を見いだすように促した。

これらを通して、単元・領域どうしの学びのつながりを意識して課題を考察することができるようにする。

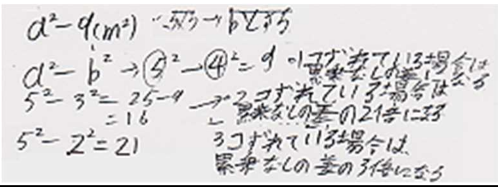
### ⑴　手立て２に関わる実践

①「１章　式と計算」

１辺 $a$mの正方形から１辺３mの正方形を切り取った形の花だんがある。
(1)　花だんのまわりの長さを式で表してみよう。
(2)　花だんの面積を式で表してみよう。




２節「式の利用」を学習した後で、章の導入で扱った課題を数の性質として発展的・統合的に問題を捉え直し考察するように促した。花だんの面積 $a^2-9$（㎡）を $a^2-b^2$として数の性質から捉え直し、$(a-b)=1$ のとき計算結果$(a+b)\times1$、$(a-b)=2$ のとき計算結果$(a+b)\times2$ と予想した。「$a^2-b^2$の値は$(a-b)=n$のとき、$(a+b)\times n$になりそうだ。」と図形と数と式の領域のつながりを意識して、課題を考察できた（図３）。



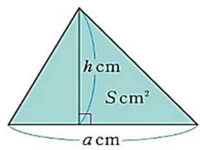

$5^2-4^2=25-16=\ 9\quad\rightarrow(5+4)\times1$
$5^2-3^2=25-\ 9=16\quad\rightarrow(5+3)\times2$
$5^2-2^2=25-\ 4=21\quad\rightarrow(5+2)\times3$
…………
$a^2-b^2=(a+b)\times n$（$a-b=n$ のとき）

図３【発展的・統合的に捉え直した生徒の記述①】

②「３節　関係を表す式」

三角形の底辺の長さを acm、高さを hcm とすると、その面積 S ㎠ は、次の式で表せる。
(1)　この式を、$a$について解きなさい。
(2)　(1)では何を求める式ができましたか。

$$S=\frac{1}{2}ah$$




比の性質を学習した後に、三角形の面積を底辺と高さの比と関連付けて、台形の面積公式を導くように発展的・統合的に課題を捉え直し、考察するように促した。生徒は、相似な三角形を組み合わせた図形として台形を捉え、台形の面積を三角形の面積の差で表した。表された式と三角形の底辺（台形の上底、下底）と高さの比を関連付けて、台形の面積公式を導いた。図形（面積）と数と式（比例式、方程式）の領域のつながりを意識して考察することができた（図４）。

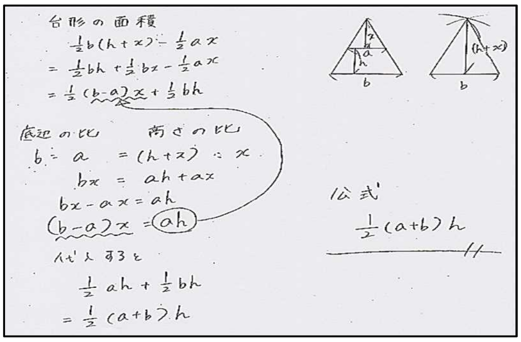



図４【発展的・統合的に捉え直した生徒の記述②】

### ⑵手立て２の結果と考察

「学び直しの機会」の設定を通して、導入課題などを項や節の学習後に意図的に取り上げることで学習の進度に伴い習得した数学的な思考力・判断力・表現力等を基に、単元の学びを領域相互の関連を図って発展的･統合的に課題を捉え直し、考察することができた。

### ３　手立て３【課題学習の設定】

解決した課題の条件を変え、新しい数量の関係を見いだしたり、日常の事象について数学的な見方・考え方を働かせ、数学的に表現した問題として見いだしたりする課題学習を設定した。課題追究では、課題毎にグループを編成したり、参考文献を紹介したりすることで、主体的に課題追究できるようにした。また、予想や考察を発表し、成果を共有した。

#### (1) 手立て３に関わる実践

① ｎ角形、ｍ角形の複合図形の角の和を、表を用いて規則性（関数）、多角形の内角の和や外角の性質（図形）、公式を求める目的に応じた式変形（数と式）等、単元・領域のつながりを意識して考察した（図５）。

感想では、「ちがう求め方をしても同じ答えになるのが、数学の面白いところだと、今回改めて思いました。」と、数学的な見方・考え方の広がりを実感する姿が見られた。

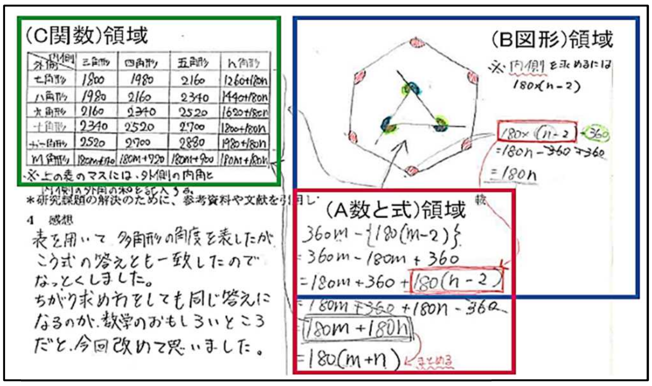



図５　【課題学習の設定①生徒レポート】

②折り紙で正星五角形を一刀切り作成折り目から、直角三角形を見いだし、折り目の長さから三平方の定理や二次方程式、三角関数と関連付けて考察した。中心の COS θ =0.8 から中心角 36°を導くことができた（図６）。感想では、「三平方の定理や三角関数などが出てきたので難しかったが、成長できた」と、数学的な見方考え方の広がりを実感する姿が見られた。

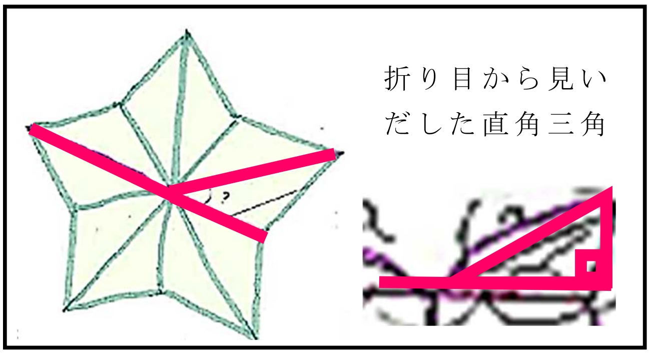



図６　【課題学習の設定②】

#### (2) 手立て３の結果と考察

「課題学習の設定」を通して、見いだした課題に対して、単元・領域のつながりを意識して、主体的に取り組み、数学的な見方・考え方の広がりを実感して解決する姿が見られた。

## Ⅴ　実践のまとめ

### １　研究の成果

単元・領域どうしのつながりを意識し、視点を変えて考える様子や他の生徒の考えと交流した後に、自分の考えをもう一度、振り返ってみるなど、主体的に問題解決に取り組む姿や見方・考え方の広がりを実感する様子が見られた。

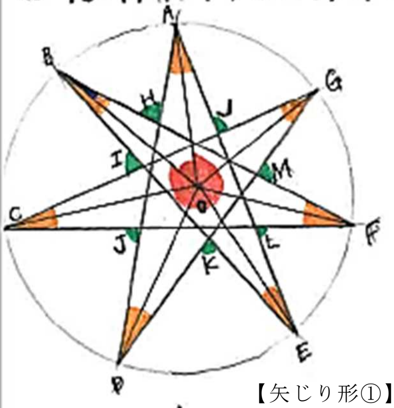
### ２　今後の課題

「学びのつながり」を意識した発問や「学び直しの機会」「課題学習」を指導計画や評価に生かすために適切な位置付けをする必要である。また、課題学習を他教科や他校種と関連付け、数学的な見方・考え方をより豊かにできるように設定したい。

【資料①】課題学習に関する生徒のレポート①

円周上の点を２つ飛ばしで点をつないでできる星形の角の和

② 先端が7つの星形の先端の角の和

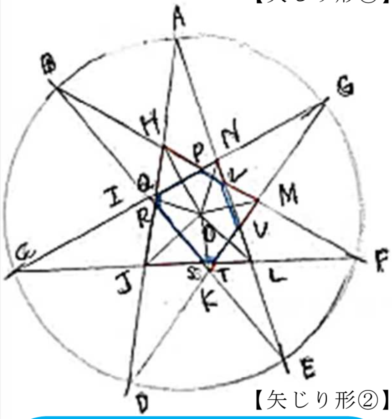



【矢じり形①】

中心Oから、各頂点A～Gまで補助線をひくと、
矢じり形が7つできる。
矢じりAHBOで $\angle OAH + \angle HBO + \angle AOB = \angle AHB$
よって、先端が7つの星形の角の和と中心Oのまわりの角の和が
$\angle H + \angle I + \angle J + \angle K + \angle L + \angle M + \angle N$ となる。【矢じり形①】

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + 360$
$= \angle H + \angle I + \angle J + \angle K + \angle L + \angle M + \angle N$ −①

先端が7つの星形の角の和＋360＝凹み




【矢じり形②】

中心Oと∠H，∠I，∠J，∠K，∠L，∠M，∠Nをつなぎ、
矢じりを7つつくる。
矢じりNPHOで
$\angle ONP + \angle PHO + \angle HON = \angle NPH$
よって $\angle H + \angle I + \angle J + \angle K + \angle L + \angle M + \angle N + 360$
$= \angle P + \angle Q + \angle R + \angle S + \angle T + \angle U + \angle V$
先端が7つの星形の先端の角の和②＋360＝凹み②
→七角形だから

【矢じり形②】

$\angle H + \angle I + \angle J + \angle K + \angle L + \angle M + \angle N + 360$
$= 180(7-2) = 900$

$\angle H + \angle I + \angle J + \angle K + \angle L + \angle M + \angle N = 540°$ −②

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + 360 = 540$

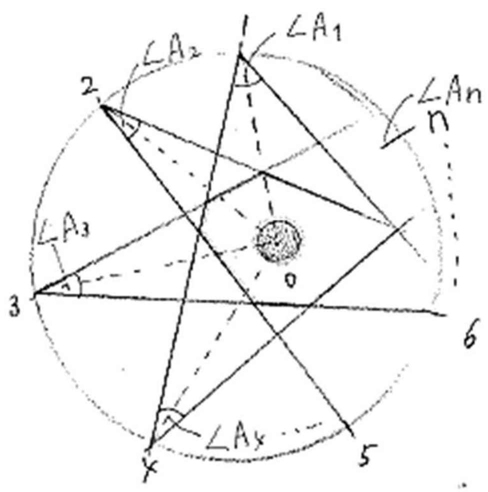
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G = 180$

星形七角形から２種類の矢じり形を見いだし内部の七角形の内角の和と関連付けて求めた。

【ｎ角形の場合を考え、一般式を導く】

星形七角形で、用いた考えを利用し、文字ｎで角の大きさを表す。

<n角形の場合>

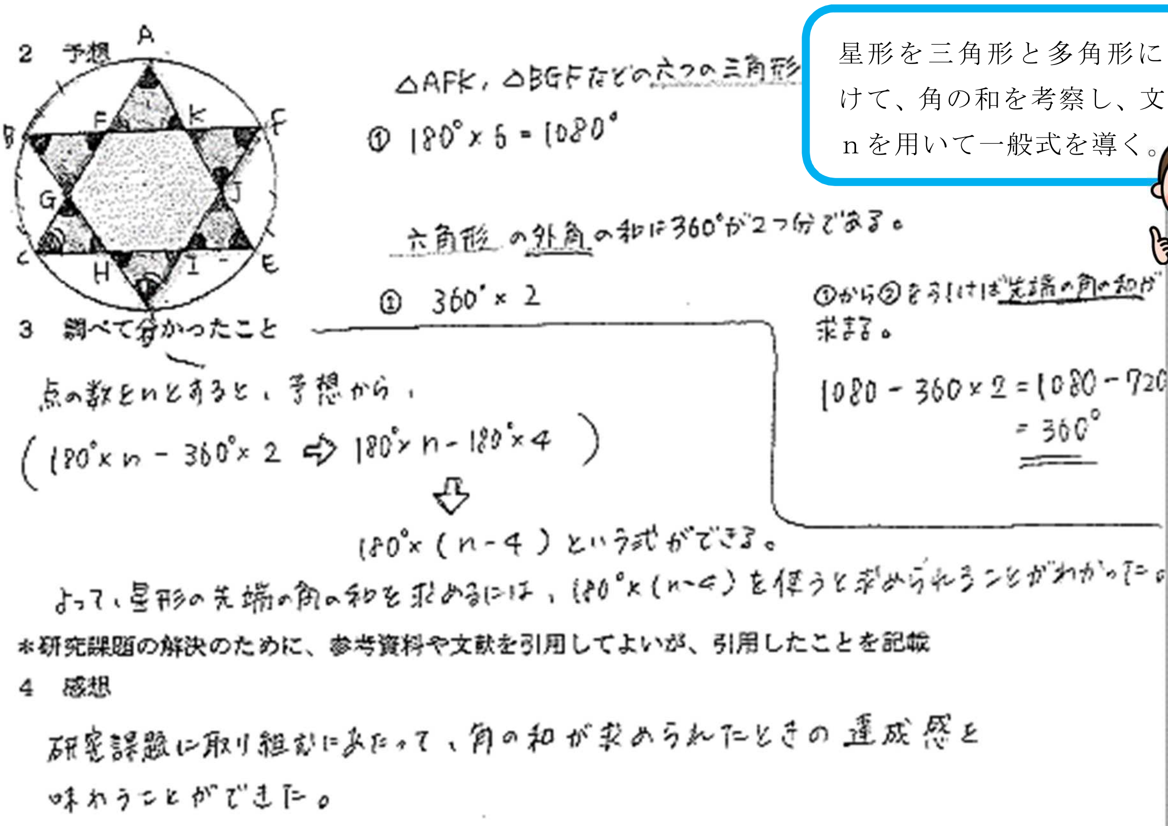



$\angle A_1 + \angle A_2 + \cdots + \angle A_n + 360$
$= 180(n-2) - 360$

$\angle A_1 + \angle A_2 + \cdots + \angle A_n = 180(n-2) - 720$
$= 180n - 360 - 720$
$= 180n - 1080$
$= 180(n-6)$

よって n角形のときは、
$180(n-6)$

【資料②】課題学習に関する生徒のレポート②
円周上の点を１つ飛ばしで点をつないでできる星形の角の和



2 予想

△AFK，△BGFなどの六つの三角形
① 180°×6＝1080°

六角形の外角の和は360°が2つ分である。
② 360°×2

①から②をひけば先端の角の和が求まる。
1080−360×2＝1080−720
＝360°

3 調べて分かったこと

点の数をnとすると，予想から，
(180°×n − 360°×2 ⇨ 180°×n − 180°×4)
⇩
180°×(n−4)という式ができる。
よって，星形の先端の角の和を求めるには，180°×(n−4)を使うと求められることがわかった。

＊研究課題の解決のために、参考資料や文献を引用してよいが、引用したことを記載

4 感想

研究課題に取り組むにあたって，角の和が求められたときの達成感を味わうことができた。

星形を三角形と多角形に分けて、角の和を考察し、文字ｎを用いて一般式を導く。

【資料③】課題学習　生徒感想

- 自分たちで１から考えたことで、普段に比べてより考えが深まり話合いの中で一つ分かると「じゃあ何でこうなるのか」など１つ１つ解決するのが楽しくもありました。
- 自分たちで課題を研究し、より理解が深まった。また、他グループと協力し異なった意見を知るとともに、自分の見聞を広げる良い機会になった。
- 公式には、沢山の情報が詰まっていることが分かりました。今までなんとなく使っていた他の図形の公式についても調べてみたくなりました。
- 点の数が奇数と偶数で求めるための式が違うと思っていたけれど、実際に求めるための式が同じで驚いた。
- 点の位置や数を変えても規則的に計算できると知って面白さが伝わった。
- 文字に表して考える事で、どんな図形でも面積を求めることができるようになった一次関数がこんなところで登場して、身近にたくさんあるのだろうなと思った。


＜参考文献＞

江森英世（2012）．算数・数学授業のための数学的コミュニケーション論序論　明治図書

片桐重雄（2004）．新版　数学的な考え方とその指導第１巻　数学的な考え方の具体化と指導
—算数・数学科の真の学力向上を目指して—　明治図書

群馬県教育委員会（2019）．たくましく生きる力をはぐくむ　はばたく群馬の指導プランⅡ

文部科学省（2018）．中学校学習指導要領（平成２９年告示）解説数学編　日本文教出版